

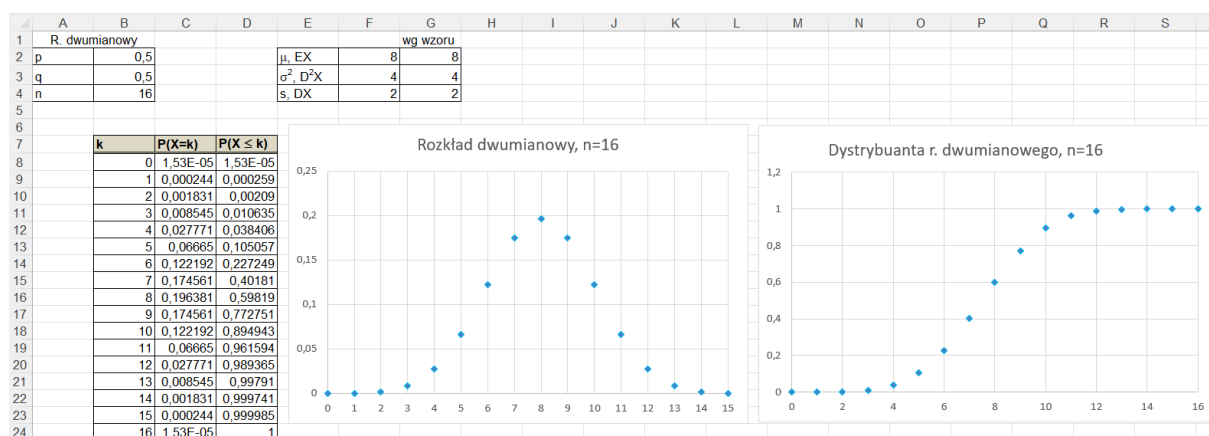
**Zadanie 1.** (Rozkład dwumianowy). Rzucamy pięć razy kostką do gry. Jakie jest prawdopodobieństwo, że

- i) szóstka wypadnie dokładnie trzy razy?
- ii) dwójka wypadnie co najmniej cztery razy?

**Zadanie 2.** (Rozkład dwumianowy, wykorzystać Excel do obliczeń). Test składa się z 15 pytań. Do każdego pytania są możliwe do wyboru cztery odpowiedzi. Tylko jedna jest poprawna. Student wybiera losowo odpowiedzi. Jakie jest prawdopodobieństwo, że zda test jeżeli do zaliczenia jest potrzebne (a) co najmniej 50% poprawnych odpowiedzi, (b) co najmniej 60%?

**Zadanie 3.** (1) Narysować w Excelu wykres rozkładu prawdopodobieństwa dwumianowego oraz jego dystrybucję dla zadanego parametru  $0 \leq p \leq 1$  (prawdopodobieństwo sukcesu) oraz liczby prób  $n$ . (2) Obliczyć wartość oczekiwaną ( $E(X)$ ), wariancję ( $D^2(X)$ ), oraz odchylenie standardowe ( $DX$ ) korzystając ze wzorów ogólnych  $E(X) = \sum_i x_i p_i$ ,  $D^2(X) = E(X^2) - (EX)^2$  oraz ze wzorów szczególnych dla rozkładu dwumianowego.

Przykładowy wykres jest poniżej. Na początku przyjąć  $p = 1/2$ . Liczba prób (a)  $n = 10$ ; (b)  $n = 20$ . Użyć dwóch rodzajów wykresu w każdym przypadku: (i) punktowego XY (same punkty), (ii) słupkowego. Jak wyglądają wykresy dla  $p = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$ .



**Zadanie 4.** Jakie jest prawdopodobieństwo, że przy rzucie symetryczną kostką do gry 20 razy liczba oczek większa od 4 wypadnie co najmniej sześć razy?

**Zadanie 5.** Firma produkuje płytki ceramiczne, wśród których 4% to płytki wadliwe. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród 30 płytek podanych kontroli

- (i) dokładnie trzy płytki będą wadliwe,
- (ii) co najmniej pięć płytek będzie wadliwych,
- (iii) żadna płytka nie będzie wadliwa.

**Zadanie 6.** (1) Narysować w Excelu wykres gęstości rozkładu normalnego  $N(\mu, \sigma)$  dla  $\mu = 0$ . Użyć wykresu punktowego XY z wygładzonymi liniami. Zakres argumentów dla rozkładu przyjąć  $-5 \leq x \leq 5$  z krokiem 0,1. Jak wykres się zmienia w zależności od  $\sigma = 0,1; 0,2; 0,5; 0,7; 1,5$ ? (2) Jakie jest prawdopodobieństwo, że zmienna o rozkładzie normalnym przyjmie wartości w przedziale (a)  $[-\sigma, +\sigma]$ ; (b)  $[-2\sigma, +2\sigma]$ ; (c)  $[-3\sigma, +3\sigma]$ ?

**Zadanie 7.** Rozważmy zjawisko rozpadu radioaktywnego. Niech  $X$  oznacza zmienną losową, która opisuje czas rozpadu danego atomu (lub cząstki elementarnej). Dokładniej, definiujemy rozkład zmiennej losowej  $X$  następująco:  $P(X \leq t)$  jest prawdopodobieństwem tego, że cząstka rozpadnie się w przedziale czasu  $[0, t]$ , co jest równoważne zdaniu:  $P(X > t)$  jest prawdopodobieństwem, że czas życia cząstki będzie większy od  $t$ . Wyniki doświadczeń wskazują, że zmienna losowa  $X$  spełnia zależność:

$$P(X > t) = e^{-\lambda t} \quad \text{dla } t \geq 0, \quad (1)$$

gdzie  $\lambda > 0$  jest danym parametrem.

- (i) Czy wzór może określać prawdopodobieństwo?
- (ii) Jakie jest prawdopodobieństwo  $P(X \leq t)$ ?
- (iii) Wyznaczyć dystrybuantę oraz gęstość zmiennej losowej  $X$ . Narysować wykres gęstości oraz dystrybuanty.
- (iv) Obliczyć wartość oczekiwaną, wariancję oraz odchylenie standardowe zmiennej losowej rozpadu radioaktywnego.
- (v) Jaka może być interpretacja parametru  $\lambda$ ?