

Obok estymacji przedziałowej drugą ważną metodą wnioskowania statystycznego jest testowanie hipotez statystycznych. Zwykle formułuje się dwie konkurencyjne hipotezy: hipotezę zerową H_0 i hipotezę alternatywną H_1 .

Weryfikacja hipotezy dotyczącej wartości oczekiwanej: niech $X_1, \dots, X_n$ będzie próbą z rozkładu $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$, przy czym σ jest znane. Testujemy hipotezę

$$H_0: \mu = \mu_0$$

przeciwko jednej z następujących alternatywnych hipotez

$$H_1: \mu \neq \mu_0, \quad H_1: \mu < \mu_0, \quad H_1: \mu > \mu_0.$$

Jako statystyki testowej używamy

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n}.$$

która ma standardowy rozkład normalny $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$, Podstawą teoretyczną do używania takiej statystyki jest tzw. centralne twierdzenie graniczne. Najprostsza wersja tego twierdzenia jest następująca:

Niech $X_1, X_2, X_3, \dots, X_i, \dots$ będzie nieskończonym ciągiem niezależnych zmiennych losowych o tym samym rozkładzie i niech $E(X_i) = \mu$, $D^2(X_i) = \sigma^2$. Wtedy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\bar{X}_n - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \mathcal{N}(0, 1),$$

to znaczy ciąg zmiennych losowych $\frac{\bar{X}_n - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$ zbiega do zmiennej losowej o standardowym rozkładzie normalnym. Dokładny sens matematyczny tej zbieżności jest taki, że dystrybuanty tych zmiennych losowych zbiegają punktowo do dystrybuanty standardowego rozkładu normalnego:

$$P\left(a \leq \frac{\bar{X}_n - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \leq b\right) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \Phi(b) - \Phi(a).$$

Zadanie 1. Wykonano $n=10$ pomiarów nieznanego rezystancji opornika przyrządem. Którego standardowe odchylenie jest znane i wynosi 4Ω . Otrzymano wyniki:

506, 502, 498, 501, 507, 506, 496, 503, 497, 504 Ω

Przyjmując, że wynik pomiaru jest zmienną losową o rozkładzie $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$, przetestować na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ oraz $\alpha = 0,02$ hipotezę $H: \mu = 500$ przeciwko alternatywie $H_1: \mu \neq 500$.

Zadanie 2. W celu zbadania średniego przebiegu silnika pobrano próbę losową $n=29$. Wyniki podane są w tysiącach kilometrów:

141, 152, 138, 137, 145, 142, 146, 137, 133, 155, 148, 143, 142, 144, 149, 140, 139, 147, 143, 138, 146, 144, 148, 149, 139, 140, 144, 150, 131

Zakładając, że przebieg silnika jest zmienna losową o rozkładzie $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$, gdzie σ i μ są nieznane, przetestować na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ i $\alpha = 0,03$ hipotezę producenta

$$H_0 : \mu = 150 \text{ tys. km}$$

przeciwko alternatywie

$$H_1 : \mu < 150 \text{ tys. km}$$