

Przykładowe zadania na egzamin z Metod Matematycznych w Procesach Przemysłowych (część 1)

Zadanie 1) Obliczyć granice funkcji: (a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^a}{1-x^b}$, gdzie $a, b > 0$; (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1-\cos x)^2 \sin 3x}{x^4}$.

Zadanie 2) Obliczyć całki: (a) $\int x^3 \ln x dx$; (b) $\int \frac{x-1}{x^3+9x} dx$.

Zadanie 3) Obliczyć całkę podwójną $\iint_{\Delta} (x+y) dx dy$, gdzie Δ jest trójkątem o wierzchołkach $A=(0,0)$, $B=(4,0)$, $C=(2,2)$.

Zadanie 4) Rozwinąć w szereg Taylora do trzeciego wyrazu funkcję $f(x) = \frac{1}{1+\sin x}$ wokół punktu $x_0 = 0$.

Zadanie 5) Znaleźć numerycznie (met. bisekcji) dowolne miejsce zerowe równania $x^5 + x - 1 = 0$ z dokładnością 0,1.

Zadanie 6) Znaleźć numerycznie metodą Newtona przybliżenie rozwiązania równania $x^3 + x - 1 = 0$. Jako punkt startu przyjąć $x_0 = 2$ i wykonać dwie iteracje metody. Można zapisywać dziesiętnie z dwoma miejscami po przecinku.

Zadanie 7) Znaleźć rozwiązanie następującego problemu początkowego i podać jego dziedzinę

$$y' = (\ln x)y^3, \quad y(0) = -1.$$

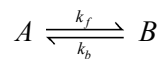
Zadanie 8) Rozwiązać następujące problemy początkowe:

$$(i) \quad y'' + y' + 2y = t, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -1.$$

$$(ii) \quad y'' - 2y' + 1 = A \sin(\omega t), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

Zadanie 9) Załóżmy, że dla reakcji chemicznej $2\text{NO}(g) + 2\text{H}_2(g) \rightarrow \text{N}_2(g) + 2\text{H}_2\text{O}(g)$ równanie kinetyczne jest postaci $v = k[\text{H}_2][\text{NO}]^3$. Jak się zmienia stężenie azotu, gdy przyjmujemy następujące wartości: $k = 0,01$, $[\text{NO}]_0 = 3$, $[\text{H}_2]_0 = 3$, a na początku reakcji stężenie produktów wynosiło zero.

Zadanie 10) Rozważamy reakcję odwracalną



przy założeniu, że każda z reakcji jest pierwszego rzędu. (i) Zapisać układ równań na stężenia $[A]$ i $[B]$. (ii) Opisać schemat obliczeniowy metodą jawną Eulera i metodą RK2 do numerycznego rozwiązywania powstałego układu równań różniczkowych zwyczajnych.

Zadanie 11) Sprawdzić, że funkcja

$$c_F(x, t) = \frac{m}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{4Dt}}$$

gdzie m , x_0 , D są dane jest rozwiązaniem jednowymiarowego równania dyfuzji

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad x \in (-\infty, \infty), \quad t > 0.$$